

## Практическая работа 1

### Изучение законов распределения вероятностей случайных чисел

#### Цели работы:

- получить навыки работы с модулем “Анализ данных” программы Excel;
- изучить закономерности формирования экспериментальной выборки из генеральной совокупности;
- исследовать зависимость статистических показателей от объема выборки для различных видов законов распределения генеральной совокупности.

#### Порядок выполнения работы:

1. Сформировать на листе программы Excel три выборки из 40, 400 и 4000 нормально распределенных случайных величин.

Для этого необходимо:

- в меню **Сервис** выбрать подменю **Анализ данных** и в открывшемся окне активировать модуль **Генерация случайных чисел**;
- заполнить открывшееся диалоговое окно как показано на рисунке 1, ввести первую ячейку выходного интервала и нажать ОК;
- аналогично сформировать выборки из 400 и 4000 нормально распределенных случайных величин.

Рисунок 1.

2. Для визуального анализа разброса полученных данных построить диаграммы рассеяния полученных выборок. Путь построения: **Вставка** → **Диаграмма** → **Точечная** → **Готово**.

3. Построить гистограммы распределения полученных выборок.

Для этого необходимо:

- для каждой выборки построить вариационный ряд, т.е. расположить данные по возрастанию, используя путь **Данные** → **Сортировка** → **По возрастанию**;

- выбрать интервал группировки (**Интервал карманов**) выборочных данных и определить по выборке из 4000 случайных величин его граничные значения;

- активировать модуль **Гистограмма** (рисунок 2);

- в открывшееся диалоговое окно ввести диапазон ячеек, содержащий выборочные данные, диапазон ячеек, определяющих карманы, первую ячейку выходного интервала;

- установить флажки для генерации выборочной функции распределения (**Интегральный процент**) и гистограммы (**Вывод графика**), нажать ОК;

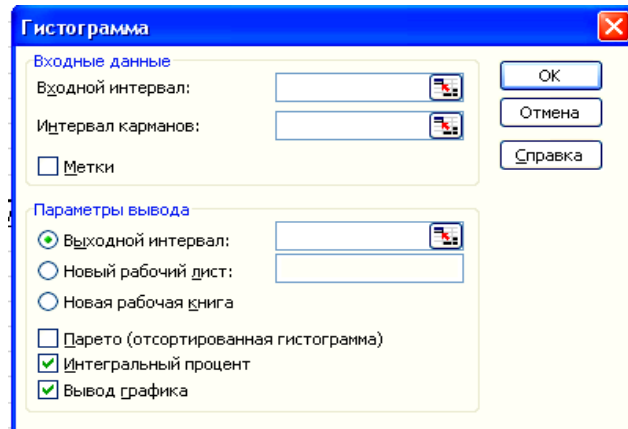


Рисунок 2.

- по вышеприведенному алгоритму построить гистограммы выборок из 40, 400 и 4000 нормально распределенных случайных величин;

- повторить построение гистограмм для случая, когда интервал карманов устанавливается автоматически (соответствующее поле не заполняется).

4. Определить числовые характеристики полученных выборок.

Для этого необходимо:

- активировать модуль **Описательные статистики** в подменю **Анализ данных**;

- установить входной и выходной интервалы для каждой выборки;

- установить флажок **Итоговая статистика**, нажать ОК.

Полученная в результате таблица (рисунок 3) содержит основные числовые данные, характеризующие выборку.

5. Сформировать три выборки случайных величин размером 40, 400 и 4000 из генеральной совокупности, имеющей равномерное распределение, построить для них точечные диаграммы, выборочные функции распределения и гистограммы, определить числовые характеристики полученных выборок аналогично п.п. 1 – 4.

Столбец1	
Среднее	
Стандартная ошибка	
Медиана	
Мода	
Стандартное отклонение	
Дисперсия выборки	
Эксцесс	
Асимметричность	
Интервал	
Минимум	
Максимум	
Сумма	
Счет	

Рисунок 3.

6. Сформировать выборки из 4000 случайных величин, имеющих распределение Пуассона для значений параметра  $\lambda$  0.4, 2 и 4, построить для них точечные диаграммы, выборочные функции распределения и гистограммы, определить числовые характеристики полученных выборок аналогично п.п. 1 – 4.

7. Проанализировать полученные данные и ответить на следующие вопросы:

- какие статистические показатели характеризуют совокупность случайных величин?

- как изменяется вид выборочных функций распределения,

гистограмм и числовые характеристики выборок в зависимости от закона распределения генеральной совокупности?

- как изменяется вид выборочных функций распределения, гистограмм и числовые характеристики выборок в зависимости от количества членов выборки из генеральной совокупности?

- как изменяется вид выборочных функций распределения, гистограмм и числовые характеристики выборок в зависимости от значений интервалов группировки?

- используя литературный источник /1/, опишите требования, предъявляемые к репрезентативной выборке.

### **Содержание отчета:**

- цель работы,
- порядок выполнения работы в модуле “Анализ данных” программы Excel;
- точечные диаграммы, гистограммы распределений, таблицы с описательной статистикой;
- описание полученных результатов и выводы.

## **Практическая работа 2**

### **Методы корреляционного и регрессионного анализа массивов данных**

#### **Цели работы:**

- изучить методику проведения корреляционного и регрессионного анализа массивов данных в модуле “Анализ данных” программы Excel;
- изучить методы построения линейных и нелинейных корреляционных и регрессионных моделей;
- проверить значимость параметров связи в корреляционных и регрессионных моделях, используя соответствующие статистические критерии.

#### **Исходные данные.**

Исходные данные для проведения работы представлены в таблице 1.

Таблица 1.

Время воздействия, дн	Результаты эксперимента					
	1	2	3	4	5	6

1	1	1	17	3,97	20	23
2	7,48	1,13	14,42	6	19,57	20,7
3	6,42	2	9,89	5,1	17,08	23,8
4	13,9	1,06	10,33	8,19	17	19,52
5	18,06	1,59	7,87	3,21	14,81	25,4
6	19,65	3,17	5,23	8,69	15,11	22,3
7	17,68	1,44	3,27	8,38	13,22	23
8	24,48	8	2,14	4,66	13,83	22,1
9	20,78	19,57	3,84	11,34	12	23,3
10	22,52	17,68	0,63	8,25	11,79	23,5
11	19,19	11	5,79	14,04	9,29	20,71
12	22,22	4,53	2,52	15,68	10,81	24,11
13	18,82	1,66	6,61	8,5	7,56	20,9
14	18,74	3,4	8,56	15,43	10,96	22,6
15	19,57	0,76	7,75	12,85	4,69	26,9
16	18,06	2	5,67	15,18	2,8	20,9
17	18,29	1,13	7,18	19,9	4	22,5
18	16,17	1,51	14,92	17,19	2,27	20,6
19	15,11	0,3	13,6	19,71	3,93	21,84
20	14,28	2	21,22	17,76	1	23,88

В таблице приведены результаты экспериментов по определению зависимости показателей крови (1 – 6) от времени лечебного воздействия.

### **Порядок выполнения работы:**

1. Для визуального анализа характера изменения полученных данных построить точечные диаграммы, характеризующие взаимосвязь лечебного эффекта и времени лечебного воздействия.

2. Построить гистограммы распределения для данных каждого столбца и определить описательные статистики согласно методике, приведенной в лабораторной работе № 1.

На основании этого сделать предположение о независимости случайных величин в каждом столбце.

3. Определить коэффициент корреляции между показателями крови и временем лечебного воздействия.

Для этого необходимо:

- в меню **Сервис** выбрать подменю **Анализ данных** и в открывшемся окне активировать модуль **Корреляция**;
- заполнить в открывшемся диалоговом окне входной интервал, который должен состоять из двух смежных диапазонов данных, ввести первую ячейку выходного интервала и нажать ОК;
- повторить определение коэффициента корреляции для всех результатов экспериментов.

На основании этого сделать предположение о степени статистической связи между показателями крови и временем лечебного воздействия.

4. Построить регрессионную модель экспериментальных данных.

Для этого необходимо:

- в меню **Сервис** выбрать подменю **Анализ данных** и в открывшемся окне активировать модуль **Регрессия**;

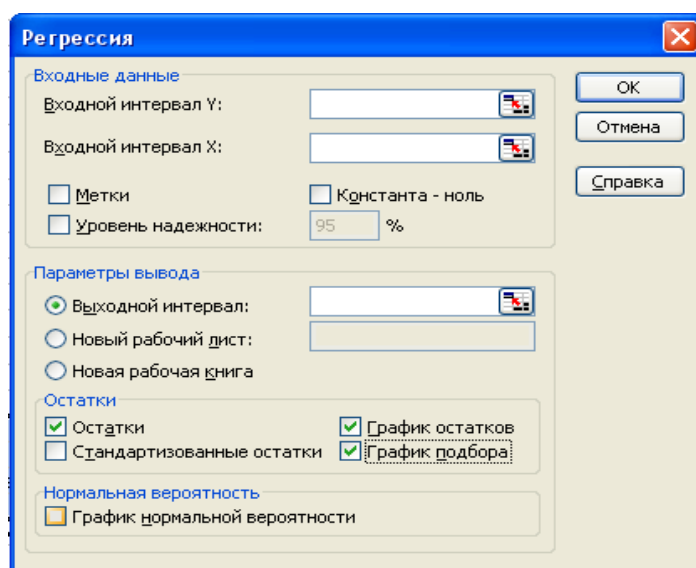


Рисунок 4

- заполнить открывшееся диалоговое окно как показано на рисунке 4, ввести первую ячейку выходного интервала и нажать ОК;
- повторить регрессионный анализ для всех результатов экспериментов;
- на основании результатов регрессионного анализа провести анализ остатков и скорректировать регрессионную модель.

5. Установить возможную статистическую взаимосвязь между различными показателями крови в процессе лечения.

- в меню **Сервис** выбрать подменю **Анализ данных** и в открывшемся окне активировать модуль **Корреляция**;

- заполнить в открывшемся диалоговом окне входной интервал, который должен состоять из смежных диапазонов данных в столбцах 1 - 6, ввести первую ячейку выходного интервала и нажать ОК;

- в полученной корреляционной матрице выбрать предположительно значимые коэффициенты корреляции и проверить их значимость соответствующими критериями.

6. Проанализировать полученные данные и ответить на следующие вопросы:

- какие задачи решает корреляционный анализ данных?
- в чем состоит смысл коэффициента корреляции?
- как выбирается вид уравнения регрессии?
- что означают коэффициенты в уравнении линейной регрессии?
- как оценить адекватность регрессионной модели по распределению остатков?
- дайте определение регрессионным остаткам.
- как оценить адекватность регрессионной модели по распределению остатков?

### **Содержание отчета:**

- цель работы,
- порядок выполнения работы в модуле “Анализ данных” программы Excel;
- точечные диаграммы, гистограммы распределений, матрицы коэффициентов корреляции, графическое представление регрессионных моделей;
- описание полученных результатов и выводы.

### Практическая работа 3

#### Статистическая проверка гипотез, исследование зависимостей

##### Задача 1.

Требуется установить, как связано время подготовки к экзамену  $x$  (час) с количеством полученных на экзамене баллов  $y$ .

$x_i$ , час	$y_i$ , балл
8	86
2	55
1	51
6	80
3	65
5	70
9	89

##### Задача 2.

##### Исходные данные.

Исходные данные для проведения работы представлены в таблице 2.

Таблица 2.

№	По л	Ти п	М0	М	М1	М2	М3	ОП 0	ВСММ 0	О П	ВСМ М
1	0	1	24 0	25 0	32,9 1	6,2 5	6,0 4	150	0,24	28 3	0,43
2	0	2	20 5	22 0	29,0 2	7,0 2	7,5 6	97	0,12	22 0	0,38
3	1	1	25 0	24 5	25,2	5,2	7,4	125	0,18	18 4	0,51
4	0	1	28 5	30 0	24,7 4	6,1 4	6,6 1	115	0,14	25 2	0,42
5	1	2	23 0	23 5	26,8 4	6,7 5	6,6 7	136	0,22	21 5	0,51
6	1	2	23 5	22 0	32,5	6,8 5	5,6 8	120	0,16	19 6	0,28
7	1	3	22 0	22 5	31,2 9	8,1 3	7,7 1	100	0,16	17 4	0,39
8	1	1	21	22	27,8	7	8,1	125	0,18	20	0,43



			0	5	6		4			1	
9	0	2	24 0	25 5	28,7 5	7,3	7,9	75	0,12	13 2	0,32
1 0	1	2	21 0	22 0	29,6	7,5 5	7,6 7	90	0,14	14 4	0,31
1 1	0	2	22 5	23 0	31,5	7,4 8	8,1 5	120	0,2	26 0	0,39
1 2	0	2	22 0	24 5	30	7,3	8,2	110	0,16	16 5	0,45
1 3	1	2	23 0	23 5	33,6 1	7,4 8	8,0 7	85	0,1	15 4	0,44
1 4	1	3	17 0	18 0	32,1 8	6,9 4	7,8 8	85	0,15	14 0	0,56
1 5	0	3	24 0	24 5	35,7 5	7,6	8	60	0,09	13 3	0,26
1 6	1	1	24 0	23 5	28,2 4	6,4 5	6,8 4	85	0,12	17 0	0,28
1 7	1	1	28 0	30 5	28,2 1	7,8 6	7,0 3	80	0,14	12 4	0,37
1 8	1	2	27 0	27 5	30,2 7	8,0 2	7,3 4	110	0,15	21 5	0,4
1 9	1	2	21 5	21 5	29,7 7	7,6 7	7,2	125	0,2	26 0	0,52
2 0	1	3	26 0	28 0	30,3 7	6,9	7,2	65	0,11	10 4	0,29
2 1	1	3	27 0	27 5	33,8 1	7,4 9	6,8 2	95	0,14	17 7	0,32
2 2	0	1	25 0	25 0	29,7	6,3 5	6,3 5	70	0,13	15 0	0,43
2 3	0	1	27 0	26 0	32,1 6	7,1 2	6,3 2	100	0,15	22 2	0,28
2 4	0	2	28 0	28 5	33,4	7,3 3	7	72	0,09	13 4	0,31
2 5	0	2	30 0	30 0	33,4 6	7,8 8	6,7 7	83	0,12	15 5	0,34
2 6	0	3	29 0	29 5	35,0 5	7,3 2	6,5 4	70	0,2	18 3	0,46
2 7	0	3	35 0	36 5	34,2 5	8,4 6	8	60	0,23	13 1	0,5

Экспериментальное воздействие заключалось в введении токсинов. Для 27 экспериментальных животных (крыс) измерялись следующие параметры:

- пол (0 – мужской, 1 – женский),
- тип – порог болевой чувствительности (три градации),
- M0 – масса тела до начала эксперимента (г),
- M – масса тела после окончания эксперимента (г),
- M1 – коэффициент массы печени, (отношение ее массы к массе тела) (мг/г),
- M2 – коэффициент массы почек (мг/г),
- M3 – коэффициент массы легких (мг/г),

а также содержание ряда эндогенных токсических веществ в плазме крови:

- ОП0 – олигопептиды до начала эксперимента (мг/л),
- ВСММ0 – вещества средней молекулярной массы до начала эксперимента,
- ОП – олигопептиды после окончания эксперимента (мг/л),
- ВСММ – вещества средней молекулярной массы после окончания эксперимента.

### Порядок выполнения работы:

1. Определить, используя критерий согласия Крамера-Уэлча

$$T = \frac{\sqrt{mn}(\bar{x} - \bar{y})}{\sqrt{ns_x^2 + ms_y^2}},$$

значимы ли различия характеристик M0 и M, ОП0 и ОП, ВСММ0 и ВСММ до и после эксперимента ( $T_{кр} = 1,96$ ).

2. Исследовать, используя дисперсионный анализ, зависит ли масса печени, почек, легких от пола и типа животного.

Для этого необходимо:

- в меню **Сервис** выбрать подменю **Анализ данных** и в открывшемся окне активировать модуль **Однофакторный дисперсионный анализ**;

- заполнить в открывшемся диалоговом окне входной интервал, который должен состоять из сгруппированных по полу или типу животных диапазонов данных, ввести первую ячейку выходного интервала и нажать ОК;

3. Определить коэффициенты корреляции Пирсона для экспериментальных данных, найти предположительно значимые коэффициенты, проверить их значимость по Т-критерию Стьюдента:

$$T_H = \tilde{r}_{xy} \cdot \sqrt{\frac{n-2}{1-\tilde{r}_{xy}^2}}, \quad T_{кр} = \mp T(1 - \frac{\alpha}{2}; n-2) = 3,35.$$

4. Проанализировать полученные данные и ответить на следующие вопросы:

- дайте определение статистической гипотезы.
- какие ошибки могут быть допущены при проверке статистических гипотез?
- что называется мощностью статистического критерия?
- перечислите этапы проверки статистических гипотез.
- в чем состоит основное отличие непараметрических критериев от параметрических?
- какая нулевая гипотеза проверяется при использовании критерия Крамера-Уэлча?
- какие критерии применяются для проверки совпадений и различий данных, измеренных в порядковой шкале?
- какие предпосылки необходимы для проведения дисперсионного анализа?
- назовите компоненты дисперсии, которые необходимо определить в процессе дисперсионного анализа.
- какая гипотеза и с помощью какого критерия проверяется при однофакторном параметрическом дисперсионном анализе?

#### **Содержание отчета:**

- цель работы,
- порядок выполнения работы в модуле “Анализ данных” программы Excel;
- точечные диаграммы, гистограммы распределений, матрицы коэффициентов корреляции, графическое представление регрессионных моделей;
- описание полученных результатов и выводы.

#### **Задача 3**

Катализатор для биохимической реакции получался четырьмя различными способами. В экспериментах проверялась активность катализатора, причем для каждого уровня (способа получения) было сделано по пять наблюдений. Получены данные, показаны в табл. 20.

Номер наблюдения активности катализатора	Способы получения катализатора			
	A <sub>1</sub>	A <sub>2</sub>	A <sub>3</sub>	A <sub>4</sub>
1	56	64	45	42
2	55	61	46	39
3	62	50	45	45
4	59	55	39	43
5	60	56	43	41

Необходимо проверить независимость качества (активности) катализатора от способа получения.

#### Практическая работа 4

##### Обработка результатов измерений с целью получения оценок параметров измерительных процессов

**Задача 1.** Построить график эмпирической функции распределения и гистограмму распределения по следующим результатам наблюдений, сгруппированных в вариационный ряд:

25,79 25,98 25,98 26,12 26,13 26,49 26,52 26,60  
 26,66 26,69 26,74 26,85 26,90 26,91 26,96 27,02 27,11  
 27,19 27,21 27,28 27,30 27,38 27,40 27,49 27,64 27,66  
 27,71 27,78 27,89 27,89 28,01 28,10 28,11 28,37 28,38  
 28,50 28,63 28,67 28,90 28,99 28,99 29,03 29,12 29,27

##### Задача 2.

Случайная величина  $x$  равномерно распределена на отрезке  $[c,d]$ , Величины  $d$  и  $c$  являются параметрами данного распределения. Построить для них оценки, используя метод моментов.

Для равномерного распределения  $\frac{b+a}{2}$  является математическим ожиданием, а  $\frac{(b-a)^2}{12}$  - дисперсией.

### **Задача 3.**

Провели 35 наблюдений за временем наладки устройства. Найти закон распределения времени наладки, используя метод квантилей.

Исходя из физической сути задачи, предполагаем, что время наладки подчинено экспоненциальному закону распределения:  $f(t) = \lambda \cdot e^{-\lambda t}$ .

Необходимо определить параметр  $\lambda$ .

### **Задача 4.**

С какой вероятностью можно утверждать, что возможность покупки изделия с дефектом находится в пределах от 8 до 12 процентов, если из 30 обследованных изделий три оказались с дефектами?

### **Задача 5.**

Провели 20 замеров диаметров изготавливаемых штамповкой втулок. Получили следующие значения (в мм): 10,85; 10,41; 11,05; 10,52; 10,43; 11,02; 10,56; 10,73; 10,85; 10,94; 11,00; 10,52; 10,55; 10,79; 11,04; 11,07; 10,84; 10,77; 10,65; 10,92.

Требуется найти оценки для математического ожидания и среднего квадратичного отклонения величины  $X$  и построить для них доверительные интервалы, соответствующие доверительной вероятности  $P_{\phi} = 0,8$ .

### **Указания к выполнению.**

1. Задача точечной оценки параметров состоит в следующем:
  - имеется выборка наблюдений  $(x_1, x_2, \dots, x_n)$  за случайной величиной  $X$ ,
  - объем выборки  $n$  фиксирован,
  - найден вид закона распределения величины  $X$ , например, в форме плотности распределения  $f(T, x)$ , где  $T$  – неизвестный параметр распределения,
  - параметр является неслучайной величиной.

Требуется найти оценку  $\theta$  параметра  $T$  закона распределения, для чего применяются следующие методы.

### **Метод максимального правдоподобия.**

Метод максимального правдоподобия состоит в том, что в качестве «наиболее правдоподобного» значения параметра  $T$  берут значение  $\theta$ , максимизирующее вероятность получить при  $n$  опытах данную выборку  $(x_1, x_2, \dots, x_n)$ .

Это значение параметра  $\theta$  зависит от выборки и является искомой оценкой.

Совместная плотность вероятности

$$L(x_1, x_2, \dots, x_n; \theta) = f(x_1, \theta) f(x_2, \theta) \dots f(x_n, \theta),$$

рассматриваемая как функция параметра  $\theta$ , называется **функцией правдоподобия**.

В качестве **оценки максимального правдоподобия**  $\hat{\theta}$  параметра  $T$  следует взять то значение  $\theta$ , которое обращает функцию правдоподобия в максимум.

В целях упрощения вычислений переходят от функции правдоподобия к ее логарифму  $\ln L$ .

Для нахождения оценки необходимо заменить в функции правдоподобия  $T$  на  $\theta$ , принимая  $\theta = \theta(x_1, x_2, \dots, x_n)$ , и решить уравнение  $\frac{dL}{d\theta} = 0$ , которое обращает  $L$  в максимум.

### **Метод моментов.**

Метод моментов заключается в следующем: любой момент случайной величины  $x$  зависит от параметра  $\theta$ . Но тогда и параметр  $\theta$  может оказаться функцией от теоретического момента. Подставив в эту функцию вместо неизвестного теоретического момента его выборочный аналог, получим вместо параметра  $\theta$  его оценку  $\hat{\theta}$ .

Последовательность процедуры оценивания:

- выбирается столько эмпирических моментов, сколько требуется оценить неизвестных параметров распределения; желательно применять моменты младших порядков, так как погрешности вычисления оценок резко возрастают с увеличением порядка момента;
- вычисленные по экспериментальным данным оценки моментов приравниваются к теоретическим моментам;
- параметры распределения определяются через моменты, и составляются уравнения, выражающие зависимость параметров от моментов, в результате получается система уравнений, решение

которой дает оценки параметров распределения генеральной совокупности.

#### **Метод квантилей.**

Квантильные оценки параметров распределения получают приравниванием теоретических и выборочных квантилей.

2. Для нахождения доверительных интервалов необходимо знать заранее вид закона распределения СВ  $X$ , тогда как для приближенных методов это не обязательно.

Идея точных методов нахождения доверительных интервалов сводится к следующему. Любой доверительный интервал находится из условия, выражающего вероятность выполнения некоторых неравенств, в которые входит интересующая нас оценка.

Закон распределения оценки в общем случае зависит от самих неизвестных параметров СВ  $X$ . Однако иногда удастся перейти в неравенствах от случайной величины  $\tilde{a}$  к какой-либо другой функции имеющих значения  $x_1, x_2, \dots, x_n$ , закон которой зависит только от числа опытов  $n$  и от вида закона распределения СВ  $X$ . Такого рода СВ играют большую роль в математической статистике. Наиболее подробно они изучены для некоторых параметров нормального распределения случайной величины  $X$ .

Для математического ожидания  $m_x$  получаем доверительные границы:

$$a_{1,2} = \tilde{m}_x \mp t_T \tilde{\sigma}_{m_x} = \tilde{m}_x \mp \frac{t_T \tilde{\sigma}_x}{\sqrt{n}},$$

где  $t_T = \arg T(P_\partial / 2; n - 1)$  - обратная функция Стьюдента.

Доверительные границы для дисперсии  $D_x$ :

$$a_1 = (n-1)\tilde{D}_x / \chi_2^2, \quad a_2 = (n-1)\tilde{D}_x / \chi_1^2,$$

где  $X$  - нормальная случайная величина,

$$\chi_1^2 = \chi^2((1-P_\partial)/2, n-1), \quad \chi_2^2 = \chi^2((1+P_\partial)/2, n-1).$$

## **Практическая работа 5**

### **Проверка статистических гипотез**

#### **Задача 1.**

ОТК проверил  $n = 200$  партий одинаковых изделий и получил следующие данные: в 116 партиях все изделия были

стандартными, в 56 партиях было одно нестандартное изделие, в 22 - два нестандартных изделия, в 4-х - три, а в двух партиях было 4 нестандартных изделия. Подчиняется ли число нестандартных изделий в партии распределению Пуассона?

### **Задача 2.**

Даны две независимые выборки объемов  $n_1 = 10$  и  $n_2 = 15$ , извлеченные из генеральных совокупностей  $X$  и  $Y$ , распределенных по нормальному закону.

Найдены несмещенные выборочные дисперсии:

$$s_x^2 = 2,67 \text{ и } s_y^2 = 1,88.$$

Необходимо проверить при уровне значимости  $\alpha = 0,05$  нулевую гипотезу о равенстве генеральных дисперсий при конкурирующей гипотезе  $H_1: D(X) > D(Y)$ .

### **Задача 3.**

Двумя методами произведены измерения одной и той же случайной величины. Получены следующие результаты:

1-й метод: 9.6, 10, 9.8, 10.2, 10.4;

2-й метод: 10.4, 9.7, 10, 10.3.

Предполагается, что результаты измерений имеют нормальный закон распределения и выборки независимы. Можно ли считать, что оба метода обеспечивают одинаковую точность измерений?

### **Задача 4.**

Проанализирована работа четырех экземпляров фотоколориметров, на каждом из которых проведено по 10 экспериментов. Получены следующие оценки дисперсий для каждого экземпляра:

0.19; 0.26; 0.37; 0.40.

По полученным данным проверить предположение об одинаковой точности фотоколориметров (об однородности дисперсий).

### **Задача 5.**



Имеются независимые выборки значений нормально распределенных случайных величин:

X: 2, 2, 3, 3, 4, 4, 4, 5, 5, 6 и

Y: 3, 3, 3, 4, 4, 4, 4, 5, 5, 5, 5, 5, 7, 8, 9.

Требуется проверить для уровня значимости  $\alpha = 0,1$  при условии равенства генеральных дисперсий нулевую гипотезу  $H_0: M(X) = M(Y)$  при конкурирующей гипотезе  $H_1: M(X) \neq M(Y)$ .

### Задача 6.

Два станка изготавливают резисторы одинакового номинального значения. При выборочных измерениях сопротивлений получены следующие выборки (Ом).

Станок 1: 1095, 1025, 938, 915, 1012,  
980, 975, 990, 1000, 947.

Станок 2: 942, 938, 1010, 1030, 973, 915, 990, 970,  
925, 1045, 1100, 1020, 985, 1082, 1065, 1090.

Определить, одинаково ли налажены станки.

### Задача 7.

Станок должен быть настроен на изготовление резисторов номинальным сопротивлением 15 кОм.

При выборочных измерениях получилась следующая выборка:

13,2; 14,7; 12,9; 15,3; 12,7; 13,8; 14,1; 12,8; 14,8; 13,5; 14,2;  
16,2; 14,1; 13,9; 14,3; 15,1 кОм.

Определить правильность настройки станка.

Таблица ПЗ.2

Квантили  $\chi^2$ -распределения

	Вероятность Р (уровень значимости $\alpha = 1 - P$ )								
$\nu$	0.010	0.100	0.25	0.50	0.75	0.90	0.95	0.99	0.99
1	0.000	0.015	0.10	0.45	1.32	2.70	3.84	6.63	10.8
2	0.020	0.210	0.57	1.38	2.77	4.50	5.99	9.21	13.2
3	0.114	0.584	1.21	2.36	4.10	6.25	7.81	11.3	16.8
4	0.297	1.064	1.92	3.35	5.38	7.77	9.48	13.2	18.4

5	0.554	1.610	2.67	4.35	6.62	9.23	11.0	15.0	20.5
6	0.872	2.204	3.15	5.38	7.84	10.6	12.5	16.8	22.4
7	1.239	2.833	4.25	6.34	9.03	12.0	14.0	18.4	24.3
8	1.646	3.490	5.07	7.34	10.2	13.3	15.5	20.0	26.1
9	2.088	4.168	5.89	8.34	11.3	14.6	16.9	21.6	27.8
10	2.558	4.865	6.73	9.34	12.5	15.9	18.3	23.2	29.5
11	3.053	5.578	7.58	10.3	13.7	17.2	19.6	24.7	31.2
12	3.571	6.304	8.43	11.3	14.8	18.5	21.0	26.2	32.9
13	4.107	7.041	9.29	12.3	15.9	19.8	22.3	27.6	34.5
14	4.660	7.790	10.1	13.3	17.1	21.0	23.6	29.1	36.1
15	5.229	8.547	11.0	14.3	18.2	22.3	25.0	30.5	37.7
16	5.812	9.312	11.9	15.3	19.3	23.5	26.3	32.0	39.2
17	6.408	10.09	12.7	16.3	20.4	24.7	27.5	33.4	40.7
18	7.015	10.86	13.6	17.3	21.6	25.9	28.8	34.8	42.3
19	7.633	11.65	14.5	18.3	22.7	27.2	30.1	36.1	43.8
20	8.260	12.44	15.4	19.3	23.8	28.4	31.4	37.5	45.3
21	8.897	13.24	16.3	20.3	24.9	29.6	32.6	38.9	46.8
22	9.542	14.04	17.2	21.3	26.0	30.8	33.9	40.2	48.2
23	10.20	14.85	18.1	22.3	27.1	32.0	35.1	41.6	49.7
24	10.86	15.66	19.0	23.3	28.2	33.2	36.4	42.9	51.1
25	11.52	16.47	19.9	24.3	29.3	34.3	37.6	44.3	52.6
30	14.95	20.60	24.4	29.3	34.8	40.2	43.7	50.8	59.7
40	22.16	29.05	33.6	39.3	45.6	51.8	55.7	63.6	73.4
50	29.71	37.69	42.9	49.3	56.3	63.1	67.5	76.1	86.6
60	37.48	46.46	52.2	59.3	66.9	74.4	79.0	88.3	99.6
80	53.54	64.28	71.1	79.3	88.1	96.5	101.	112.	124.
100	70.06	82.36	90.1	99.3	109.	118.	124.	135.	149.

Таблица ПЗ.3 Квантили Т-распределения Стьюдента

	Вероятность Р (уровень значимости $\alpha/2 = 1 - P$ )							
<b>v</b>	<b>0.750</b>	<b>0.900</b>	<b>0.950</b>	<b>0.975</b>	<b>0.990</b>	<b>0.995</b>	<b>0.999</b>	<b>0.9995</b>
1	1.000	3.078	6.314	12.706	31.821	63.657	318.31	636.62
2	0.816	1.886	2.920	4.303	6.965	9.925	22.326	31.598
3	0.765	1.638	2.353	3.182	4.541	5.841	10.213	12.924
4	0.741	1.533	2.132	2.776	3.747	4.604	7.173	8.610
5	0.727	1.476	2.015	2.571	3.365	4.032	5.893	6.869
6	0.718	1.440	1.943	2.447	3.143	3.707	5.208	5.959
7	0.711	1.415	1.895	2.365	2.998	3.499	4.785	5.408
8	0.706	1.397	1.860	2.306	2.896	3.355	4.501	5.041
9	0.703	1.383	1.833	2.262	2.821	3.250	4.297	4.781
10	0.700	1.372	1.812	2.228	2.764	3.169	4.144	4.587
11	0.697	1.363	1.796	2.201	2.718	3.106	4.025	4.437
12	0.695	1.356	1.782	2.179	2.681	3.055	3.930	4.318
13	0.694	1.350	1.771	2.160	2.650	3.012	3.852	4.221
14	0.692	1.345	1.761	2.145	2.624	2.977	3.787	4.140
15	0.691	1.341	1.753	2.131	2.602	2.947	3.733	4.073
16	0.690	1.337	1.746	2.120	2.583	2.921	3.686	4.015
17	0.689	1.333	1.740	2.110	2.567	2.898	3.646	3.965
18	0.688	1.330	1.734	2.101	2.552	2.878	3.610	3.922
19	0.688	1.328	1.729	2.093	2.539	2.861	3.579	3.883
20	0.687	1.325	1.725	2.086	2.528	2.845	3.552	3.850
21	0.686	1.323	1.721	2.080	2.518	2.831	3.527	3.819
22	0.686	1.321	1.717	2.074	2.508	2.819	3.505	3.792
23	0.685	1.319	1.714	2.069	2.500	2.807	3.485	3.767
24	0.685	1.318	1.711	2.064	2.492	2.797	3.467	3.745
25	0.684	1.316	1.708	2.060	2.485	2.787	3.450	3.725
30	0.683	1.310	1.697	2.042	2.457	2.750	3.385	3.648
60	0.679	1.296	1.671	2.000	2.390	2.660	3.232	3.460
120	0.677	1.289	1.658	1.980	2.258	2.617	3.160	3.373
$\infty$	0.674	1.282	1.645	1.960	2.326	2.576	3.090	3.291

Таблица П3.4 Квантили F-распределения, вероятность  $P = 0.95$  (уровень значимости  $\alpha = 0.05$ )

	Число степеней свободы $\nu_1$														
$\nu_2$	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	15	20	30	60	$\infty$
1	161.4	199.5	215.7	224.6	230.2	234.0	236.8	238.9	240.5	241.9	245.9	248.0	250.1	252.2	254.3
2	18.51	19.00	19.16	19.25	19.30	19.33	19.35	19.37	19.38	19.40	19.43	19.45	19.46	19.48	19.50
3	10.13	9.55	9.28	9.12	9.01	8.94	8.89	8.85	8.81	8.79	8.70	8.66	8.62	8.57	8.53
4	7.71	6.94	6.59	6.39	6.26	6.16	6.09	6.04	6.00	5.96	5.86	5.80	5.75	5.69	5.63
5	6.61	5.79	5.41	5.19	5.05	4.95	4.88	4.82	4.77	4.74	4.62	4.56	4.50	4.43	4.36
6	5.99	5.14	4.76	4.53	4.39	4.28	4.21	4.15	4.10	4.06	3.94	3.87	3.81	3.74	3.67
7	5.59	4.74	4.35	4.12	3.97	3.87	3.79	3.73	3.68	3.64	3.51	3.44	3.38	3.30	3.23
8	5.32	4.46	4.07	3.84	3.69	3.58	3.50	3.44	3.39	3.35	3.22	3.15	3.08	3.01	2.93
9	5.12	4.26	3.86	3.63	3.48	3.37	3.29	3.23	3.18	3.14	3.01	2.94	2.86	2.79	2.71
10	4.96	4.10	3.71	3.48	3.33	3.22	3.14	3.07	3.02	2.98	2.85	2.77	2.70	2.62	2.54
11	4.84	3.98	3.59	3.36	3.20	3.09	3.01	2.95	2.90	2.85	2.72	2.65	2.57	2.49	2.40
12	4.75	3.89	3.49	3.26	3.11	3.00	2.91	2.85	2.80	2.75	2.62	2.54	2.47	2.38	2.30
13	4.67	3.81	3.41	3.18	3.03	2.92	2.83	2.77	2.71	2.61	2.53	2.46	2.38	2.30	2.21
14	4.60	3.74	3.34	3.11	2.96	2.85	2.76	2.70	2.65	2.60	2.46	2.39	2.31	2.22	2.13
15	4.54	3.68	3.29	3.06	2.90	2.79	2.71	2.64	2.59	2.54	2.40	2.33	2.25	2.16	2.07
20	4.35	3.49	3.10	2.87	2.71	2.60	2.51	2.45	2.39	2.35	2.20	2.12	2.04	1.95	1.84
30	4.17	3.32	2.92	2.69	2.53	2.42	2.33	2.27	2.21	2.16	2.01	1.93	1.84	1.74	1.62
60	4.00	3.15	2.76	2.53	2.37	2.25	2.17	2.10	2.04	1.99	1.84	1.75	1.65	1.53	1.39
120	3.92	3.07	2.68	2.45	2.29	2.17	2.09	2.02	1.96	1.91	1.75	1.66	1.55	1.43	1.25
$\infty$	3.84	3.00	2.60	2.37	2.21	2.10	2.01	1.94	1.88	1.83	1.67	1.57	1.46	1.32	1.00

Квантили F-распределения, соответствующие вероятности  $P = 0.99$  (уровень значимости  $\alpha = 0.01$ )

	Число степеней свободы $\nu_1$															
$\nu_2$	1	2	3	4	5	6	7	8	10	15	20	30	40	60	120	$\infty$
1	4052	4999.5	5403	5625	5764	5859	5928	5981	6056	6157	6209	6261	6287	6313	6339	6366
2	98.50	99.00	99.17	99.25	99.30	99.33	99.36	99.37	99.40	99.43	99.45	99.47	99.4	99.48	99.49	99.50
3	34.12	30.82	29.46	28.71	28.24	27.91	27.67	27.49	27.23	26.87	26.69	26.50	26.41	26.32	26.22	26.13
4	21.20	18.00	16.69	15.98	15.52	15.21	14.98	14.80	14.55	14.20	14.02	13.84	13.75	13.65	13.56	13.46
5	16.26	13.27	12.06	11.39	10.97	10.67	10.46	10.29	10.05	9.72	9.55	9.38	9.29	9.20	9.11	9.02
6	13.75	10.92	9.78	9.15	8.75	8.47	8.26	8.10	7.87	7.56	7.40	7.23	7.14	7.06	6.97	6.88
7	12.25	9.55	8.45	7.85	7.46	7.19	6.99	6.84	6.62	6.31	6.16	5.99	5.91	5.82	5.74	5.65
8	11.26	8.65	7.59	7.01	6.63	6.37	6.18	6.03	5.81	5.52	5.36	5.20	5.12	5.03	4.95	4.86
9	10.56	8.02	6.99	6.42	6.06	5.80	5.61	5.47	5.26	4.96	4.81	4.65	4.57	4.48	4.40	4.31
10	10.04	7.56	6.55	5.99	5.64	5.39	5.20	5.06	4.85	4.56	4.41	4.25	4.17	4.08	4.00	3.91
12	9.33	6.93	5.95	5.41	5.06	4.82	4.64	4.50	4.30	4.01	3.86	3.70	3.62	3.54	3.45	3.36
14	8.86	6.51	5.56	5.04	4.69	4.46	4.28	4.14	3.94	3.66	3.51	3.35	3.27	3.18	3.09	3.00
16	8.53	6.23	5.29	4.77	4.44	4.20	4.03	3.89	3.69	3.41	3.26	3.10	3.02	2.93	2.84	2.75
18	8.29	6.01	5.09	4.58	4.25	4.01	3.84	3.71	3.51	3.23	3.08	2.92	2.84	2.75	2.66	2.57
20	8.10	5.85	4.94	4.43	4.10	3.87	3.70	3.56	3.37	3.09	2.94	2.78	2.69	2.61	2.52	2.42
22	7.95	5.72	4.82	4.31	3.99	3.76	3.59	3.45	3.26	2.98	2.83	2.67	2.58	2.50	2.40	2.31
24	7.82	5.61	4.72	4.22	3.90	3.67	3.50	3.36	3.17	2.89	2.74	2.58	2.49	2.40	2.31	2.21
26	7.72	5.53	4.64	4.14	3.82	3.59	3.42	3.29	3.09	2.81	2.66	2.50	2.42	2.33	2.23	2.13
28	7.64	5.45	4.57	4.07	3.75	3.53	3.36	3.23	3.03	2.75	2.60	2.44	2.35	2.26	2.17	2.06
30	7.56	5.39	4.51	4.02	3.70	3.47	3.30	3.17	2.98	2.70	2.55	2.39	2.30	2.21	2.11	2.01
40	7.31	5.18	4.31	3.83	3.51	3.29	3.12	2.99	2.80	2.52	2.37	2.20	2.11	2.02	1.92	1.80
60	7.08	4.98	4.13	3.65	3.34	3.12	2.95	2.82	2.63	2.35	2.20	2.03	1.94	1.84	1.73	1.60
120	6.85	4.79	3.95	3.48	3.17	2.96	2.79	2.66	2.47	2.19	2.03	1.86	1.76	1.66	1.53	1.38
$\infty$	6.63	4.61	3.78	3.32	3.02	2.80	2.64	2.51	2.32	2.04	1.88	1.70	1.59	1.47	1.32	1.00